CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

| | |
|---|---|
| *Rodzaj dokumentu:* | **Zasady oceniania rozwiązań zadań** |
| *Egzamin:* | **Egzamin ósmoklasisty** |
| *Przedmiot:* | **Matematyka** |
| *Formy arkusza:* | OMAP-100-2206; OMAP-200-2206; OMAP-400-2206; OMAP-500-2206; OMAP-600-2206; OMAP-700-2206; OMAP-C00-2206; OMAU-C00-2205 |
| *Termin egzaminu:* | 14 czerwca 2022 r. |
| *Data publikacji dokumentu:* | 14 czerwca 2022 r. |

## Zadanie 1. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022[1] | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:<br>1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka;<br>12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne).<br>VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń:<br>1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, […], 25% – jako jedną czwartą […].<br>XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą […], diagramów słupkowych […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
FP

## Zadanie 2. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
AD

[1] Załącznik nr 1 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 20 marca 2020 r. w sprawie szczegółowych rozwiązań w okresie czasowego ograniczenia funkcjonowania jednostek systemu oświaty w związku z zapobieganiem, przeciwdziałaniem i zwalczaniem COVID-19 (Dz.U. poz. 493, z późn. zm.).

## Zadanie 3. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:<br>3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

## Zadanie 4. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą.<br>3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

## Zadanie 5. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń:<br>3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
PP

## Zadanie 6. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| I. Sprawność rachunkowa.<br>2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania. | VIII. Pierwiastki. Uczeń:<br>2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz prostego wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki np. $1+\sqrt{2}$, $2-\sqrt{2}$. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
C

## Zadanie 7. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników. | II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:<br>4) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
PP

## Zadanie 8. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych. | II. Działania na liczbach naturalnych.<br>Uczeń:<br>7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
B

## Zadanie 9. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | XI. Obliczenia procentowe. Uczeń:<br>4) oblicza liczbę $b$, której $p$ procent jest równe $a$. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
B

## Zadanie 10. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | VII. Potęgi o podstawach wymiernych.<br>Uczeń:<br>2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;<br>4) podnosi potęgę do potęgi. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
C

## Zadanie 11. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
A

## Zadanie 12. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu. | XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń:<br>3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów.<br>XXII. Zadania tekstowe. Uczeń:<br>5) dostrzega zależności między podanymi informacjami. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
B3

## Zadanie 13. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>2) zna najważniejsze własności […] rombu […];<br>6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

## Zadanie 14. (0–1)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu. | XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>2) zna najważniejsze własności […] prostokąta […].<br>XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

## Zadanie 15. (0–1)

| **Wymagania egzaminacyjne 2022** | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:<br>3) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.<br>X. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:<br>3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

AD

## ZADANIA OTWARTE

### Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i nie wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16., 17., 18. i 19. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.°C – 0C)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2, m_2 - m^2$).

## Zadanie 16. (0–2)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi. |

**Zasady oceniania**

**2 punkty – pełne rozwiązanie**

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby banknotów $20$-złotowych, np. $20x + 6000 = 50x$, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowa liczba banknotów $20$-złotowych ($x = 200$),
  *LUB*
- zauważenie, że kwota $6000$ zł odpowiada całkowitej wielokrotności różnicy wartości banknotów $50$ zł i $20$ zł, np. zapisanie $30x = 6000$ albo $x(50 - 20) = 6000$, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowa liczba banknotów $20$-złotowych ($x = 200$),
  *LUB*
- sprawdzenie, że dla $200$ banknotów różnica łącznej wartości banknotów $50$-złotowych i $20$-złotowych jest równa $6000$ zł, prawidłowe obliczenia oraz podanie liczby banknotów $20$-złotowych. (metoda prób i błędów).

**1 punkt**

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby banknotów $20$-złotowych, np. $20x + 6000 = 50x$,
  *LUB*
- zapisanie wyrażeń algebraicznych z jedną zmienną opisujących łączną wartość banknotów $20$ zł oraz łączną wartość banknotów $50$ zł, np. $(20x, 50x)$ lub $(20x, 50y$, gdzie $x = y)$,
  *LUB*
- zapisanie wyrażenia algebraicznego opisującego różnicę między wartością banknotów $20$ zł a wartością banknotów $50$ zł, np. zapisanie $50x - 20x$ albo $30x$,
  *LUB*
- zauważenie, że kwota $6000$ zł odpowiada całkowitej wielokrotności różnicy wartości banknotów $50$ zł i $20$ zł, np. zapisanie $30x = 6000$ albo $x(50 - 20) = 6000$ albo zastosowanie proporcji, np.
  $1$ para banknotów to $30$ zł
  $x$ par banknotów to $6000$ zł (lub zapisy równoważne),
  *LUB*
- sprawdzenie warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb banknotów $20$- i $50$-złotowych bez uwzględnienia liczby $200$ banknotów (metoda prób i błędów).

**0 punktów**

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty**

**I sposób**

Oznaczymy liczbę banknotów $20$- i $50$-złotowych przez $x$.

Wartość banknotów $50$-złotowych jest o $6000$ zł większa od wartości banknotów $20$-złotowych, zatem możemy ułożyć równanie:

$$20x + 6000 = 50x$$

$$30x = 6000$$

$$x = 200$$

Odpowiedź: W kasie jest $200$ banknotów $20$-złotowych.

**II sposób**

$x$ – liczba banknotów $20$- i $50$-złotowych
Obliczymy różnicę wartości między banknotem $50$ zł i banknotem $20$ zł:

$$50 \text{ zł} - 20 \text{ zł} = 30 \text{ zł}$$

Rozwiążemy równanie:

$$30 \text{ zł} \cdot x = 6000 \text{ zł}$$

$$x = 200$$

Odpowiedź: W kasie jest $200$ banknotów $20$-złotowych.

**III sposób (metoda prób i błędów)**

| Liczba banknotów | Wartość w banknotach $50$-złotowych | Wartość w banknotach $20$-złotowych | Różnica |
|---|---|---|---|
| $10$ | $10 \cdot 50 = 500$ (zł) | $10 \cdot 20 = 200$ (zł) | $300$ zł |
| $50$ | $50 \cdot 50 = 2500$ (zł) | $50 \cdot 20 = 1000$ (zł) | $1500$ zł |
| $100$ | $100 \cdot 50 = 5000$ (zł) | $100 \cdot 20 = 2000$ (zł) | $3000$ zł |
| $200$ | $200 \cdot 50 = 10000$ (zł) | $200 \cdot 20 = 4000$ (zł) | $6000$ zł |

Odpowiedź: W kasie jest $200$ banknotów $20$-złotowych.

**IV sposób**

$1$ para banknotów $50$ zł i $20$ zł to różnica $30$ zł
$10$ par tych banknotów to różnica $300$ zł
$100$ par tych banknotów to różnica $3000$ zł
$200$ par tych banknotów to różnica $6000$ zł

Odpowiedź: W kasie jest $200$ banknotów $20$-złotowych.

## Zadanie 17. (0–2)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymaganie szczegółowe** |
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu. | XXII. Zadania tekstowe. Uczeń:<br>5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. |

**Zasady oceniania**

**2 punkty – pełne rozwiązanie**

- poprawny sposób obliczenia liczby piłeczek czerwonych, zielonych i niebieskich w każdym zestawie, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik ($3$ czerwone, $4$ zielone, $5$ niebieskich),
  *LUB*
- sprawdzenie warunków zadania dla liczb piłeczek każdego koloru spośród $84$ piłeczek, które na początku miał Janek ($21$ czerwonych, $28$ zielonych, $35$ niebieskich), prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik ($3$ czerwone, $4$ zielone, $5$ niebieskich).

**1 punkt**

- poprawny sposób obliczenia liczby piłeczek każdego koloru spośród $84$ piłeczek, które na początku miał Janek ($21$ czerwonych, $28$ zielonych, $35$ niebieskich), np. wypisanie kolejnych liczb podzielnych przez $7$ i sprawdzenie, czy ich suma jest równa $84$,
  *LUB*
- ułożenie poprawnego równania prowadzącego do obliczenia wszystkich piłeczek czerwonych, np. zapisanie
  $c + (c + 7) + (c + 14) = 84$
  albo zielonych, np. zapisanie
  $(z - 7) + z + (z + 7) = 84$
  albo niebieskich, np. zapisanie
  $(n - 14) + (n - 7) + n = 84$ (lub zapisy równoważne),
  *LUB*
- zapisanie równości $21 + 28 + 35 = 84$,
  *LUB*
- poprawny sposób obliczenia wszystkich piłeczek w jednym z siedmiu zestawów $(84 : 7 = 12)$.

**0 punktów**

rozwiązanie błędne, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe rozwiązania**

**I sposób**

Wypiszemy kolejne liczby podzielne przez $7$: $7, 14, 21, 28, 35, 42, 49$ ...
Szukamy trzech liczb, których suma jest równa $84$:

$14 + 21 + 28 = 63 \qquad 63 < 84$

$21 + 28 + 35 = 84 \qquad 84 = 84$

Szukane liczby to: $21, 28, 35$.
Zauważamy, że szukane liczby, które są podzielne przez $7$ odpowiadają kolejno piłeczkom w kolorach: czerwonym, zielonym, niebieskim, a więc Janek ma:

$21$ piłeczek czerwonych
$28$ piłeczek zielonych
$35$ piłeczek niebieskich

Janek rozdzielił wszystkie piłeczki na $7$ identycznych zestawów, w każdym zestawie były piłeczki w trzech kolorach, zatem możemy obliczyć, że jeden zestaw zawiera:

$21 : 7 = 3$ czerwone piłeczki
$28 : 7 = 4$ zielone piłeczki
$35 : 7 = 5$ niebieskich piłeczek

Odpowiedź: Liczba piłeczek w jednym zestawie: czerwonych: $3$, zielonych: $4$, niebieskich: $5$.

**II sposób**

$x -$ liczba piłeczek czerwonych
$x + 7 -$ liczba piłeczek zielonych
$x + 14 -$ liczba piłeczek niebieskich
Suma wszystkich piłeczek jest równa $84$, zatem możemy rozwiązać równanie:

$x + x + 7 + x + 14 = 84$

$x = 21$

Obliczymy liczbę piłeczek w każdym z trzech kolorów:

$21 -$ liczba piłeczek czerwonych
$21 + 7 = 28 -$ liczba piłeczek zielonych
$21 + 14 = 35 -$ liczba piłeczek niebieskich

Obliczymy liczbę piłeczek w każdym zestawie:

$21 : 7 = 3 -$ czerwone
$28 : 7 = 4 -$ zielone
$35 : 7 = 5 -$ niebieskie

Odpowiedź: Liczba piłeczek w jednym zestawie: czerwonych: $3$, zielonych: $4$, niebieskich: $5$.

**III sposób**

Obliczymy liczbę piłeczek w każdym z $7$ jednakowych zestawów:

$$84 : 7 = 12$$

Jeśli liczby wszystkich piłeczek czerwonych, zielonych i niebieskich są odpowiednio kolejnymi liczbami podzielnymi $7$, to w każdym z zestawów liczby piłeczek różnych kolorów są kolejnymi liczbami naturalnymi, których suma jest równa $12$.
Liczby, które spełniają ten warunek to: $3, 4, 5$.

Odpowiedź: Liczba piłeczek w jednym zestawie: czerwonych: $3$, zielonych: $4$, niebieskich: $5$.

## Zadanie 18. (0–3)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:<br>2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania.<br>XVII. Wielokąty. Uczeń:<br>5) stosuje wzory na pole […] trapezu przedstawionych na rysunku […]. |

**Zasady oceniania**

**3 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób obliczenia, ile godzin kosiarka będzie kosiła trawę w części $B$, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik ($9$ godzin).

**2 punkty**

- poprawny sposób obliczenia, ile razy pole części $B$ jest większe od pola części $A$, np. zapisanie

  $P_A = \frac{1}{2}(10 + 40) \cdot 80 = 2000\ (\text{m}^2)$

  $P_B = \frac{1}{2}(90 + 60) \cdot 80 = 6000\ (\text{m}^2)$

  $6000 : 2000$ (lub zapisy równoważne),

  *LUB*

- poprawny sposób obliczenia stosunku pól powierzchni łąki, np. zapisanie

$$\frac{P_B}{P_A}=\frac{\frac{1}{2}(90+60)\cdot 80}{\frac{1}{2}(10+40)\cdot 80}=\frac{150}{50}$$ (lub zapisy równoważne),

*LUB*

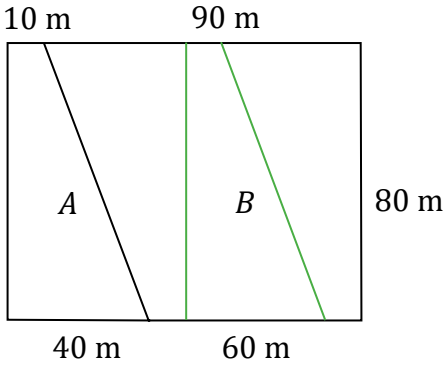
- poprawny sposób obliczenia czasu potrzebnego na skoszenie trawy w części $B$, np. zapisanie lub zastosowanie metody proporcji

$$\begin{array}{l} 3\text{ h}-2000\text{ m}^2 \\ x-6000\text{ m}^2 \end{array}$$

$$x=\frac{3\text{ h}\cdot 6000\text{ m}^2}{2000\text{ m}^2},$$

*LUB*

- ustalenie na rysunku za pomocą podziału łąki na $4$ równe części oraz zapisanie zależności pomiędzy polem figury $A$ i $B$ ($P_B = 3\,P_A$), np.




***oraz*** $P_B = 3\,P_A$.

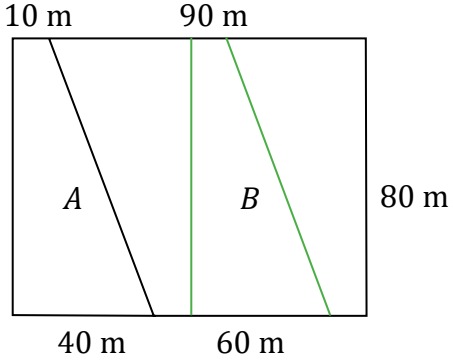
**1 punkt**

- poprawny sposób obliczenia pola powierzchni części łąki $A$ lub części łąki $B$, np. zapisanie

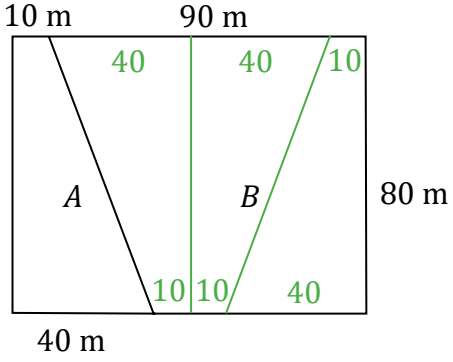
$$P_A=\frac{1}{2}(10+40)\cdot 80=2000\ (\text{m}^2) \quad \textit{LUB} \quad P_B=\frac{1}{2}(90+60)\cdot 80=6000\ (\text{m}^2),$$

*LUB*

- poprawny sposób podziału łąki na cztery równe części na rysunku, np.




*LUB*




**0 punktów**

rozwiązanie błędne, albo brak rozwiązania.

**Uwaga**
Nie ocenia się stosowania jednostek.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty**

**I sposób**

Części $A$ i $B$, na które podzielona jest łąka mają kształt trapezu.
Obliczymy pola obu części łąki:

$$P_A = \frac{1}{2}(10 + 40) \cdot 80 = 2000\ (\mathrm{m}^2)$$

$$P_B = \frac{1}{2}(90 + 60) \cdot 80 = 6000\ (\mathrm{m}^2)$$

Powierzchnia części $B$ jest $3$ razy większa:

$$6000 : 2000 = 3$$

Kosiarka skosiła trawę z powierzchni części $A$ w ciągu $3$ godzin, a zatem:

$$3 \cdot 3 = 9$$

Odpowiedź: Kosiarka będzie kosiła trawę w części $B$ $9$ godzin.

**II sposób**

Obliczymy stosunek pól części $B$ i części $A$:

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{\frac{1}{2}(90 + 60) \cdot 80}{\frac{1}{2}(10 + 40) \cdot 80} = \frac{150}{50} = 3$$

Ponieważ pole części $B$ jest $3$ razy większe, więc – korzystając z założenia, że czas $(t_A)$ na skoszenie trawy z powierzchni części $A$ jest równy $3$ godziny – czas $(t_B)$ koszenia trawy z części $B$ będzie $3$ razy dłuższy:

$t_B = 3 \cdot t_A = 9$ godzin

$3$ godziny $\cdot\ 3 = 9$ godzin

Odpowiedź: Kosiarka będzie kosiła trawę w części $B$ $9$ godzin.

**III sposób**

Obliczymy pole całej łąki, która ma kształt prostokąta:

$$P_{Ł} = 100 \cdot 80 = 8000\ (\mathrm{m}^2)$$

Obliczymy pole łąki w części $A$:

$$P_A = \frac{(10 + 40)}{2} \cdot 80 = 2000\ (\mathrm{m}^2)$$

Obliczymy jaką część łąki stanowią powierzchnie $A$ oraz $B$.

Część $A$ stanowi $\frac{1}{4}$ całej łąki:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{2000\ (\mathrm{m}^2)}{8000\ (\mathrm{m}^2)} = \frac{1}{4},$$

zatem część $B$ stanowi $\frac{3}{4}$ całej łąki, czyli część $B$ stanowi $3$ części $A$:

$$3\ P_A = P_B$$

Obliczymy czas potrzebny na skoszenie trawy z części $B$:

$$3 \cdot 3 \text{ godziny} = 9 \text{ godzin}$$

Odpowiedź: Kosiarka będzie kosiła trawę w części $B$ $9$ godzin.

**IV sposób**

Części $A$ i $B$, na które podzielona jest łąka mają kształt trapezu.
Obliczymy pola obu części łąki:

$$P_A = \frac{1}{2}(10 + 40) \cdot 80 = 2000\ (\mathrm{m}^2) \qquad P_B = \frac{1}{2}(90 + 60) \cdot 80 = 6000\ (\mathrm{m}^2)$$

Obliczymy w jakim czasie kosiarka kosiła trawę w części $B$ łąki korzystając z proporcji:

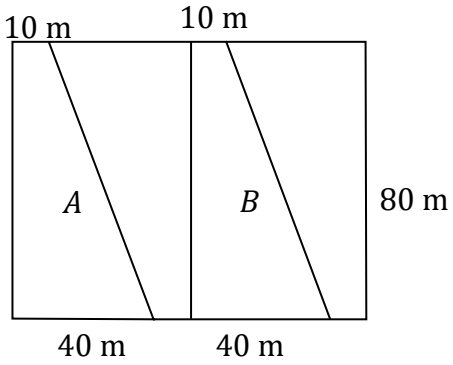
$$\begin{aligned} 3\ \mathrm{h} &- 2000\ \mathrm{m}^2 \\ x &- 6000\ \mathrm{m}^2 \end{aligned}$$

$$x = \frac{3\ \mathrm{h} \cdot 6000\ \mathrm{m}^2}{2000\ \mathrm{m}^2} = 9\ \mathrm{h}$$

Odpowiedź: Kosiarka będzie kosiła trawę w części $B$ $9$ h.

**V sposób**

Łąkę można podzielić na $4$ części o równych polach, jedną z tych części stanowi trapez $A$:




Jeśli kosiarka kosi trawę z części $A$ w czasie $3$ godzin, a część $B$ złożona jest z trzech części $A$, to skoszenie trawy z części $B$ będzie trwało $9$ godzin.

## Zadanie 19. (0–3)

| Wymagania egzaminacyjne 2022 | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki. | XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).<br>XXII. Zadania tekstowe. Uczeń:<br>5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. |

### Zasady oceniania

**3 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi graniastosłupa, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy ($75$ cm).

**2 punkty**
- poprawny sposób obliczenia długości drugiej przyprostokątnej (zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie $a^2 + 8^2 = 10^2$ ***oraz*** poprawny sposób obliczenia wysokości graniastosłupa, (np. oznaczonej jako $H$), tzn. zastosowanie (zgodnie z oznaczeniami krawędzi przyjętymi na rysunku) wzoru na pole prostokąta uwzględniającego, że jest ono równe $54$ (lub zapisy równoważne na symbolach albo liczbach jednoznacznie identyfikujące krawędzie graniastosłupa ***oraz*** poprawny sposób obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi graniastosłupa, np. zapisanie $S_k = 2 \cdot (a + 8 + 10) + 3 \cdot H$ (lub zapisy równoważne),
  *LUB*
- zapisanie $a = 6\,(cm)$ oraz $H = 9\,(cm)$ lub oznaczenie na odpowiednich odcinkach na rysunku $6$ i $9$ ***oraz*** poprawny sposób obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi graniastosłupa, np. zapisanie $S_k = 2 \cdot (6 + 8 + 10) + 3 \cdot 9$ (lub zapisy równoważne).

**1 punkt**
- poprawny sposób obliczenia długości drugiej przyprostokątnej (np. oznaczonej jako $a$), która jest jedną z krawędzi podstawy graniastosłupa, zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie
  $a^2 + 8^2 = 10^2$ (lub zapisy równoważne),
  *LUB*
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) bez obliczeń długości tego odcinka ($6$ cm),
  *LUB*

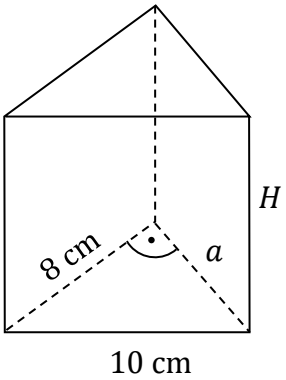
- poprawny sposób obliczenia wysokości graniastosłupa, zastosowanie wzoru na pole prostokąta, np. zapisanie $54 = a \cdot H$, gdzie $H$ jest zidentyfikowane jako wysokość graniastosłupa (lub zapisy równoważne).

**0 punktów**
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Uwaga**
Błędne stosowanie jednostek traktuje się jako błąd rachunkowy.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty**

**I sposób**




Oznaczymy jedną z krawędzi podstawy jako $a$
Obliczymy długość krawędzi $a$, korzystając z twierdzenia Pitagorasa:

$$a^2 + 8^2 = 10^2$$
$$a^2 = 100 - 64$$
$$a = 6\ (\text{cm})$$

Pole najmniejszej ściany bocznej graniastosłupa jest równe $54\ \text{cm}^2$, zatem możemy obliczyć wysokość graniastosłupa, korzystając ze wzoru na pole prostokąta:

$$P = a \cdot H$$
$$54 = 6 \cdot H$$
$$H = 9\ (\text{cm})$$

Obliczymy sumę długości krawędzi graniastosłupa:

$$S_k = 2 \cdot (6 + 8 + 10) + 3 \cdot 9 = 75\ (\text{cm})$$

Odpowiedź: Suma długości krawędzi tego graniastosłupa jest równa $75\ (\text{cm})$.